

ESTIMULANDO A PRODUÇÃO COLABORATIVA DE ARTEFATOS E VÍDEOS DIGITAIS SOBRE CONTEÚDOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Marcelo de Batista de Souza

Universidade Federal de Roraima

marcelo.souza@ufrr.br

Marcelo de Carvalho Borba

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

mborba@rc.unesp.br

Resumo:

O presente artigo destaca um trabalho apoiado por tecnologias, que foi realizado no ensino de Geometria Analítica com estudantes de Graduação de uma Universidade. Os procedimentos metodológicos adotados para a etapa da produção dos dados foram: registros do diário de campo e análise dos vídeos. Os resultados sugerem que ao produzir conhecimento, o estudante avançou qualitativamente do calcular para o: pensar; ler; interpretar; compreender; argumentar; recalcular; demonstrar; relacionar; e visualizar.

Palavras-chave: Artefatos; Geometria Analítica; Tecnologias Digitais.

Grupo de Discussão: () 1 () 2 (X) 3

1. Introdução

As dificuldades de aprendizagem observadas no ensino de Geometria podem revelar uma situação que perpassa à Educação Básica, chega ao Ensino Superior, e que se especula não tratar, apenas, de algo pontual. Embora seja difícil confirmar essa hipótese, existe uma dificuldade do estudante de aplicar o conhecimento adquirido na Educação Básica [de Geometria] no ensino de Geometria Analítica (GA).

Esse trabalho apresenta uma abordagem no ensino de GA auxiliado por softwares que teve como propósito estimular a produção colaborativa de artefatos e vídeos digitais, visando à aprendizagem. Duzentos e cinquenta e um estudantes participaram da pesquisa, de oito turmas da Graduação, na Universidade Federal de Roraima (UFRR) e a produção dos dados foi realizada no período de 2014.2 a 2016.1.

O artigo está organizado e apresenta na seção seguinte os trabalhos correlatos. A seção 3 destaca [parcialmente] como foram explorados os artefatos digitais na sala de aula e a seção 4 traz recortes de atividades de duas produções de estudantes. A seção 5 descreve [suscintamente] a análise dos dados e os resultados alcançados. A seção 6 ressalta as considerações e os trabalhos futuros. As referências fecham o trabalho.

2. Trabalhos Correlatos

O estudo de Sinclair e Robutti (2013) entrelaça tecnologia, prova e geometria dinâmica para relacionar áreas de pesquisa, a saber, ensino e aprendizagem com softwares, além de ensino e aprendizagem da prova. Mariotti (2006) fornece uma visão geral dos últimos trinta anos de pesquisa sobre provas em Educação Matemática e o papel dos softwares nas demonstrações.

O trabalho de Borba e Villareal (2005) sustenta que o conhecimento produzido de forma coletiva ocorre também a partir das interações entre atores humanos e não-humanos. Ambos fundamentam essa ideia na noção do constructo teórico *seres-humanos-com-mídias*. Valencia e Yi (2012) exploram a visualização da Geometria utilizando tecnologias como o software GeoGebra, PDFs animados e vídeos produzidos por estudantes.

Em seu texto, Holgate et al. (2013) descrevem um trabalho que incentiva a produção colaborativa de vídeos. Os autores sustentam que a utilização desse recurso tornou mais compreensível a verificação da aprendizagem. Na visão de Wood e Petocz (1999), em um plano afetivo, a capacidade de comunicação do vídeo torna essa ferramenta importante na aprendizagem matemática.

3. Explorando Artefatos e Vídeos Digitais no Ensino de Geometria Analítica

É possível utilizar apenas o conhecimento algébrico para realizar atividades de GA? Motivado por indagações como essa, o primeiro autor desse trabalho (professor da disciplina), investiu na ideia de produzir artefatos e vídeos digitais para estimular o estudo de GA, por entender que o conhecimento adquirido pelos estudantes amplia as possibilidades de interação e de compreensão com os seus espaços de convivência.

Ele então desenvolveu um trabalho integrando o ensino de GA auxiliado por softwares e utilizando tecnologias como o vídeo, buscou explorar a ideia de multimodalidade e o estímulo ao *pensar-com-tecnologias* para proporcionar ao estudante a

oportunidade de avançar do calcular para o: pensar; ler; interpretar; compreender; argumentar; recalcular; relacionar; e visualizar.

Assim, observou os sujeitos investigados, coletou dados e relatou experiências para entender o que emergia no processo de aprendizagem. Nesse sentido, realizou atividades valorizando o conhecimento do estudante para trabalhar conteúdos matemáticos com uma abordagem vetorial, a exemplo do cálculo da área do paralelogramo, na qual a Figura 1 destaca a imagem de um vídeo produzido pelo professor.

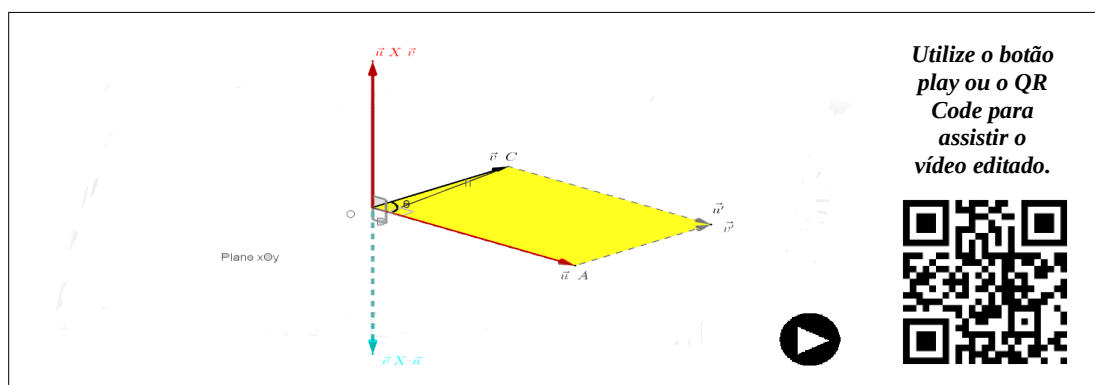


Figura 1 – Interpretação Geométrica do Módulo do Produto Vetorial de Dois Vetores.

Esse artefato serviu como recurso complementar à sala de aula e à monitoria, e colaborou para ampliar a discussão acerca do: conteúdo em si; uso do GeoGebra; e processo de produção de vídeos digitais. Assim, a partir da visualização apresentada na Figura 1, foi possível recorrer à Álgebra para concluir que a interpretação geométrica do módulo do produto vetorial de dois vetores é a área do paralelogramo.

Na simulação apresentada no vídeo (ver Figura 1) foram utilizados recursos do GeoGebra para criar objetos preservando as propriedades da figura [paralelogramo], que estão vinculadas ao módulo do produto vetorial. A mediação tecnológica possibilitou: relacionar conhecimentos adquiridos e conceitos estudados; explorar demonstrações matemáticas; e estimular os estudantes a produzirem artefatos e vídeos digitais.

4. Estimulando a Produção Colaborativa nas Demonstrações Matemáticas

As percepções, do primeiro autor desse trabalho, o fizeram refletir sobre a sua prática, ao observar o comportamento dos estudantes enquanto realizavam as atividades. Essa experiência o permitiu enxergar que a ênfase dada ao cálculo algébrico ofuscava a visualização geométrica e, desse modo, surgiu a ideia de conectar esses saberes no ensino/aprendizagem de GA auxiliado por tecnologias.

Com o passar do tempo, os estudantes foram percebendo essa necessidade e isso abriu espaço para observar as suas capacidades de argumentação lógica e de visualização geométrica. Assim, nos semestres de 2014/2 a 2016/1 foram utilizados na sala de aula recursos didáticos convencionais, softwares, vídeos e animações para dar início ao período de observação e de registros.

Na oportunidade, os estudantes também puderam contar com o auxílio do professor no esclarecimento de dúvidas e de dois monitores bolsistas, que atendiam semanalmente em horário e local, definidos. Os registros do diário de campo relacionados aos estudantes consideraram: a participação nos fóruns de discussão temáticos; a postura em sala de aula; os relatórios da monitoria; o atendimento extraclasse do professor; e as provas.

Com o propósito de tentar elucidar como relacionavam esses conhecimentos (geométricos e algébricos) foram exploradas cinco atividades que incluíam questões sobre demonstrações matemáticas, tendo todas elas já integrado às provas escritas de outras turmas. Essas questões foram copiadas de um livro [Geometria Analítica de Alfredo Steinbruch e Paulo Winterle] e duas delas serão apresentadas a seguir:

• *Demonstrar que $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$, sabendo que $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. Discussão:* embora já tivessem estudado o conceito de produto vetorial, os estudantes consideraram essa questão complicada. Além disso, confundiram a hipótese com a tese, buscando particularizar a solução, em vez de generalizá-la. A Figura 2 destaca a imagem de um vídeo produzido pelo estudante A.

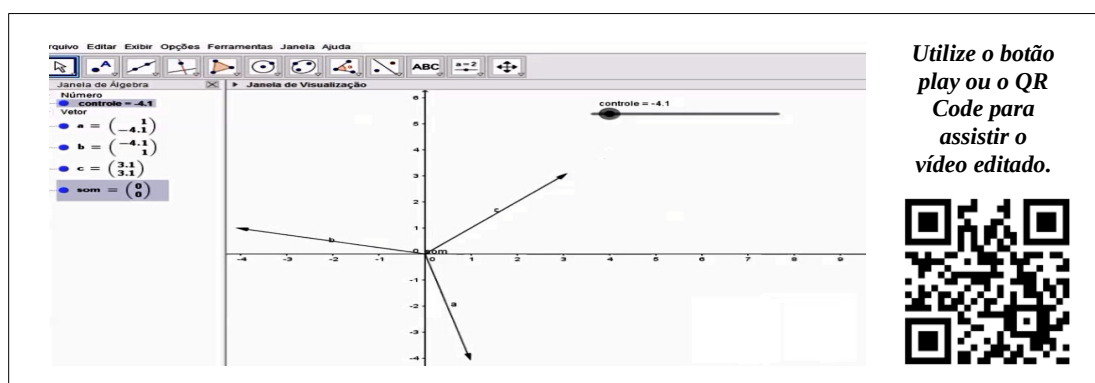


Figura 2 – Recorte de um Vídeo Apresentado pelo Estudante A.

Na discussão, foi sugerido que analisassem a hipótese $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ (i) e, a partir daí, eles a consideraram para provar a tese. Então, buscaram operar o produto vetorial de $\vec{b}$, $\vec{a}$ e $\vec{c}$ [um de cada vez] em (i) sem alterar a igualdade e após escolherem $\vec{b}$ aplicaram a

propriedade distributiva ficando $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{b} + \vec{c} \times \vec{b} = \vec{0} \times \vec{b}$. Isso possibilitou enxergar as propriedades $\vec{b} \times \vec{b} = \vec{0}$ e $\vec{0} \times \vec{b} = \vec{0}$ e reduzir a sentença para $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{c} \times \vec{b} = \vec{0}$ (ii).

Os estudantes perceberam que adicionando o termo $-\vec{c} \times \vec{b}$ na igualdade (ii) e aplicando a propriedade de vetores opostos, seria possível encontrar $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{c} \times \vec{b}$ (iii). Desse modo, utilizaram outra propriedade $\vec{b} \times \vec{c} = -\vec{c} \times \vec{b}$ em (iii) para afirmar que $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c}$. Analogamente, esse procedimento ajudou a encontrar $\vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$ e $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{a}$, e possibilitou concluir que se $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ então $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$. ■

• *Mostrar que se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores, tal que $\vec{u} + \vec{v}$ é ortogonal a $\vec{u} - \vec{v}$, então $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. Discussão:* embora o enunciado seja curto e a questão simples, a maioria dos estudantes confundiu novamente a hipótese com a tese e deu ênfase ao desenvolvimento algébrico. Além disso, a palavra “mostrar”, que é “sinônima” de demonstrar, talvez tenha gerado alguma dificuldade adicional.

Como forma de ajudar os estudantes, foi sugerido que fizessem um esboço (utilizando lápis e papel ou um software), de modo que representassem a maneira como estavam visualizando a questão. Esse exercício pretendeu estimular o raciocínio para tornar possível o desenvolvimento do cálculo algébrico. A Figura 3 apresenta a imagem de um vídeo produzido pelo estudante B.

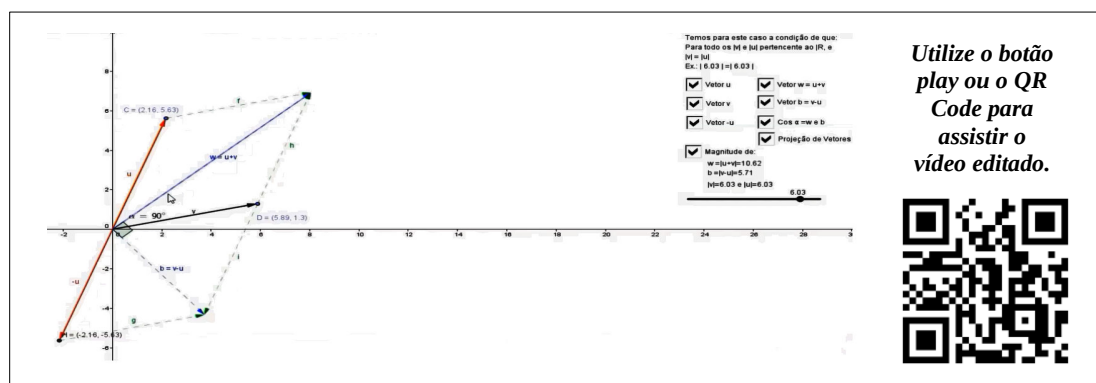


Figura 3 – Recorte de um Vídeo Apresentado pelo Estudante B.

A partir da exploração geométrica apresentada [no vídeo], foi discutido na sala de aula as possibilidades de se desenvolver o cálculo algébrico, de modo que observando os vários casos particulares fosse possível generalizar a solução para o problema. Os estudantes entenderam que, embora valesse para inúmeros casos, o artefato não poderia garantir a veracidade para todos [os casos], por conta da limitação do software.

Foi observado pelos estudantes que se $\vec{u} + \vec{v}$ é ortogonal a $\vec{u} - \vec{v}$ então o produto interno (escalar) é igual a zero. Ou seja, utilizando a notação algébrica $\langle \vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v} \rangle = 0$ e desenvolvendo $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0$ foi possível encontrar $\vec{u} \cdot \vec{u} - \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{u} - \vec{v} \cdot \vec{v} = 0$ (iv). Desse modo, substituindo $\vec{u} \cdot \vec{u} = |\vec{u}|^2$, $\vec{v} \cdot \vec{v} = |\vec{v}|^2$ e $-\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{u} = 0$ (propriedade: existência do elemento oposto) na expressão (iv), o resultado ficaria $|\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2 = 0$.

Assim, adicionando o número $|\vec{v}|^2$ aos dois lados da igualdade, a expressão $|\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2 + |\vec{v}|^2 = 0 + |\vec{v}|^2$ se manteria inalterada e aplicando as propriedades (existência do elemento oposto e do elemento neutro) ela se reduziria a $|\vec{u}|^2 = |\vec{v}|^2$. Logo, ao extrair a raiz quadrada dos dois termos da igualdade, estaria demonstrado que se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores, tal que $\vec{u} + \vec{v}$ é ortogonal a $\vec{u} - \vec{v}$, então $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. ■

5. Análise dos Dados e Resultados Alcançados

A análise quantitativa dos dados considerou os resultados finais da disciplina de GA publicados no site da UFRR. Nessa análise foram descartados os estudantes que tiveram 100% das faltas computadas. Desse modo, a pesquisa considerou apenas um conjunto de cento e oitenta e sete estudantes (aprovados, reprovados por nota e reprovados por falta).

A análise subjetiva foi realizada com base na qualidade das discussões (postadas nos fóruns e nas ocorridas em sala de aula), nos registros da monitoria, nos atendimentos extraclasse do professor, na avaliação didático-pedagógica e nos vídeos produzidos. Essas duas análises tiveram o propósito de, ao longo desses anos, tentar detectar a influência da tecnologia na aprendizagem e se houve melhora nos índices da disciplina (ver Figura 4).

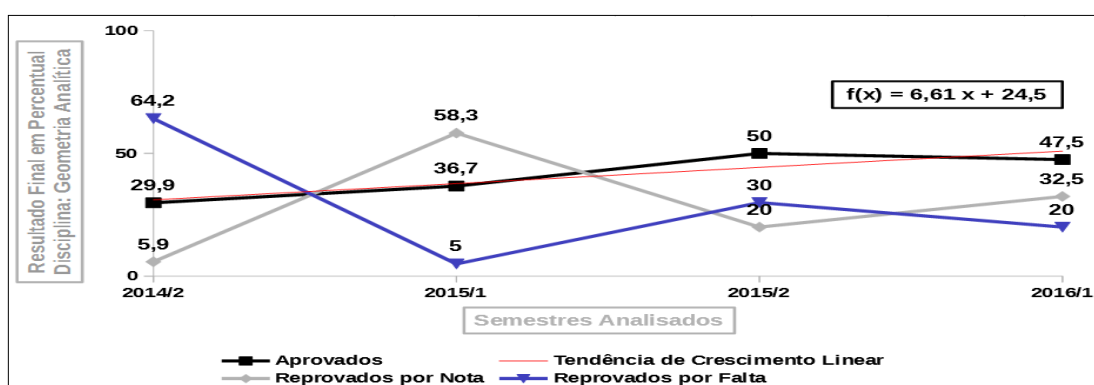


Figura 4 – Análise do Resultado Final da Disciplina.

Na Figura 4, é possível observar resultados da disciplina. Dos aspectos positivos: oitenta e três produtos (artefatos digitais, vídeos e animações) foram desenvolvidos pelos

estudantes; aumentou o número de aprovados e de “reprovados por nota”; e diminuiu a quantidade de reprovados por falta, talvez, influenciada pelo uso da tecnologia na sala de aula. Dos aspectos negativos: índice elevado de reprovação por nota.

6. Considerações

Os números apresentados na seção anterior foram importantes para contextualizar a proposta. Contudo, as seções 3 e 4, dão ênfase ao trabalho realizado no ensino/aprendizagem de GA auxiliado por softwares. De forma alternativa, essa estratégia buscou estimular os estudantes a desenvolverem o pensamento matemático explorando a tecnologia, sem ter a pretensão de responder a questão apresentada na seção 3.

Após uma revisão da literatura e o conhecimento gerado a partir das observações, a estratégia definida se apoiou em diferentes abordagens e no emprego de tecnologias (ver seção 2). As atividades foram pautadas pela integração entre Álgebra/Geometria e tecnologia/demonstrações visando explorar as capacidades do estudante de: ler; escrever; interpretar; raciocinar logicamente; relacionar; argumentar; e visualizar.

Esse trabalho visou identificar como a tecnologia co-participa da produção de conhecimento matemático e, de que maneira ela, fomenta a produção de significado que é dado a uma demonstração. Para trabalhos futuros, pretende-se investir em atividades colaborativas que gerem vídeos acessíveis [compartilháveis] e estimulem a produção de conhecimento sobre conteúdos de Álgebra Linear, em um ambiente online.

Essa empreitada se apóia no trabalho do segundo autor desse artigo, que liderou um estudo sobre os avanços do uso da tecnologia digital no campo da Educação Matemática. Na oportunidade, Borba et al. (2016) destacaram *blended learning*, *e-learning* e *mobile learning* como tendências no cenário atual, após realizarem pesquisas na internet utilizando palavras-chave e revisarem algumas das principais revistas internacionais.

Os autores trazem exemplos que podem ajudar a entender como o desenvolvimento recente nessa área de pesquisa evoluiu nos últimos anos. Na visão deles, a tecnologia digital está desconstruindo a noção de sala de aula, na medida em que quase já não pode ser reconhecida como ela é, pois o mundo digital têm transformado os papéis de estudantes, professores e dela mesma.

Em seu texto, Borba et al. (2016) apontam ainda o que está mudando na Educação Matemática e sugerem temas que necessitam de investigação como: o acesso do estudante as tecnologias móveis; a disponibilidade de recursos de aprendizagem em matemática

online; questões colaborativas e redes sociais; o professor e a aprendizagem combinada; e o potencial dos cursos em massa quebrando a natureza institucional.

Caminhando nessa direção, e com o desenvolvimento dos trabalhos futuros, a expectativa é ampliar as oportunidades para que essa geração (estudantes e professores), que tem o celular e a internet como mídias de referência: comuniquem ideias matemáticas; superem dificuldades; desenvolvam formas inovadoras de aprendizagem; descubram novos talentos; democratizem o conhecimento; e promovam a inclusão social/digital.

Referências

BORBA, M. C.; ASKAR, P.; ENGELBRECHT, J.; GADANIDIS, G.; LLINARES, S.; AGUILAR, M. S. Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics. **ZDM Mathematics Education** (Berlin. Print), v. 48, p.549-610, 2016.

BORBA, M.C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

HOLGATE, D.; MUNYAKAZI, J.; ADAMS, L.; SMITH, D. Assignment submission via video in a large first year calculus class. **Anais ... The Ninth Southern Hemisphere Conference on Teaching and Learning Undergraduate Mathematics and Statistics (DELTA)**, Kiama, Australia, p.234, 2013. Disponível em <http://www.deltaconference.org/conferences/2013/documents/ConferenceProceedings.pdf> (Acesso: 10/novembro/2017).

MARIOTTI, M. A. Proof and proving in mathematics education. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), **Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future** (pp. 173-204). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishing, 2006.

PETOCZ, P.; WOOD, L. N. Video in Mathematics Learning at the Secondary-tertiary Interface The Challenge of Diversity. **Anais ... The Second Southern Hemisphere Conference on Teaching and Learning Undergraduate Mathematics and Statistics (DELTA)**, Laguna Quays, Australia, p.223-228, 1999.

SINCLAIR, N.; ROBUTTI, O. Technology and the role of proof: the case of dynamic geometry. In CLEMENTS, M. A.; BISHOP, A. J. KEITEL, C.; KILPATRICK, J.; LEUNG, F. K. S. (Eds.). **Third international handbook of mathematics education**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 2013.

VALENCIA, G. & YI, T. True Exploration and Visualization of Geometry with Technology. **International Conference on Technology in Collegiate Mathematics (ICTCM)**. Orlando, Florida: ICTCM, 2012.